

MATHÉMATIQUES

(1) Soit $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2, x \geq 0, y \geq 0 \text{ et } xy + x + y \leq 1\}$.

Représenter D et déterminer les coordonnées de son centre de gravité.

(2) Tracer la courbe d'équation polaire : $r = \frac{\cos 2\theta}{\cos \theta}$ ($\theta \in [-\pi/4, \pi/4]$),

puis calculer l'aire de la partie D du plan limitée par cette courbe.

(3) Soit $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2, 0 \leq y \leq x \text{ et } (x-2)^2 + y^2 \leq 4\}$.

Représenter D et déterminer son centre de gravité. (Utiliser les coordonnées polaires.)

(4) Soit $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2, 0 < \frac{x}{4} \leq y \leq x \text{ et } \frac{x}{3} \leq 1 - y \leq x\}$.

Représenter D et calculer son aire (On se ramènera par un changement de variables à une intégrale sur un rectangle.)

(5) On considère le disque $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2, x^2 + y^2 < R^2\}$ où R est un réel strictement positif. Pour chaque point $M(x,y)$ de D distinct de O , la droite Δ orthogonale en M à OM coupe le cercle d'équation $x^2 + y^2 = R^2$ en deux points A et B .

Quelle est la valeur moyenne m de la longueur AB ?